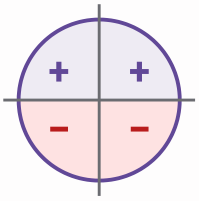
ТРИГОНОМЕТРИЯ — ЕГЭ 2026

Полный комплект формул, правил и разбор примеров ФИПИ

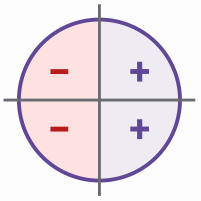
1. Знаки функций по четвертям

Синус sin(α) — Ось Y



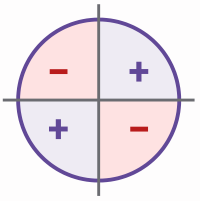
Положителен сверху

Косинус cos(α) — Ось X



Положителен справа

Тангенс tg(α) / Котангенс



Совпадение знаков sin и cos

2. Таблица основных значений

ЛАЙФХАК «КОРЕНЬ ИЗ N ДЕЛЁННЫЙ НА 2»: Значения sin для углов 0°–90°: $\frac{\sqrt{N}}{2}$, где $N = 0, 1, 2, 3, 4$. (Cos — в обратном порядке).

Угол α (град)	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Угол α (рад)	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	**π**
sin(α)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos(α)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	−1
tg(α)	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	$-\sqrt{3}$	−1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
ctg(α)	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	−1	$-\sqrt{3}$	—

3.Формулы приведения

Правило «Ослика»:

- **Ось Y ($\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$):** Ослик кивает «ДА» → **МЕНЯЕТСЯ** ($sin \leftrightarrow cos$).
- **Ось X (π, 2π):** Ослик машет «НЕТ» → **НЕ меняется**.
- **Знак:** По исходной функции в заданной четверти.

- $sin(90° - \alpha) = cos\ \alpha$
- $cos(90° - \alpha) = sin\ \alpha$

Пример: $cos\ 56° = cos(90° - 34°) = sin\ 34°$

Пример с двойными углами:

Найти значение выражения с двойными углами:

$$\frac{3\ sin\ 68°}{cos\ 34° \cdot cos\ 56°} = \frac{3 \cdot (2\ sin\ 34°\ cos\ 34°)}{cos\ 34° \cdot sin\ 34°} = \frac{6\ sin\ 34°\ cos\ 34°}{sin\ 34°\ cos\ 34°} = 6$$

4. Основные тождества и переход по четвертям

Основное тождество:

$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$

$sin\ \alpha = \pm\sqrt{1 - cos^2\alpha}$

Связь функций:

$tg\ \alpha = \frac{sin\ \alpha}{cos\ \alpha}$ | $ctg\ \alpha = \frac{cos\ \alpha}{sin\ \alpha}$

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha}$

Нахождение sin α по cos α:

Найдите $sin\ \alpha$, если $cos\ \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$.

Решение: Во II четверти $sin\ \alpha > 0$:

$sin\ \alpha = +\sqrt{1 - cos^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{21}{25}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = 0.4$

Нахождение tg α по sin α:

Найдите $tg\ \alpha$, если $sin\ \alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$, $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$.

Решение: В I четверти $cos\ \alpha > 0$:

1) $cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{26}{676}} = \sqrt{\frac{650}{676}} = \frac{5\sqrt{26}}{26}$

2) $tg\ \alpha = \frac{sin\ \alpha}{cos\ \alpha} = \frac{\sqrt{26}}{26} : \frac{5\sqrt{26}}{26} = \frac{1}{5} = 0.2$

5. Двойной угол — Вынесение множителя

Синус двойного угла: $sin(2\alpha) = 2 \cdot sin(\alpha) \cdot cos(\alpha)$

Пример с синусом двойного угла:

Найти значение выражения: $5\sqrt{2}\ sin\frac{3\pi}{8}\ cos\frac{3\pi}{8} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \cdot (2\ sin\frac{3\pi}{8}\ cos\frac{3\pi}{8}) = \frac{5\sqrt{2}}{2} \cdot sin\frac{3\pi}{4} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{10}{4} = 2.5$

Косинус двойного угла (3 формы):

$cos(2\alpha) = cos^2\alpha - sin^2\alpha$ | $cos(2\alpha) = 2cos^2\alpha - 1$ | $cos(2\alpha) = 1 - 2sin^2\alpha$

Пример с разностью квадратов:

$5\sqrt{2}\ cos^2\frac{7\pi}{8} - 5\sqrt{2}\ sin^2\frac{7\pi}{8} = 5\sqrt{2}(cos^2\frac{7\pi}{8} - sin^2\frac{7\pi}{8}) = 5\sqrt{2}\ cos\frac{7\pi}{4} = 5\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5$

Пример с вынесением через cos:

$6\sqrt{3}\ cos^2\frac{11\pi}{12} - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}(2\ cos^2\frac{11\pi}{12} - 1) = 3\sqrt{3}\ cos\frac{11\pi}{6} = 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$

Пример с вынесением через sin:

$4\sqrt{2} - 8\sqrt{2}\ sin^2\frac{7\pi}{8} = 4\sqrt{2}(1 - 2\ sin^2\frac{7\pi}{8}) = 4\sqrt{2}\ cos\frac{7\pi}{4} = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4$

ПРОСТЕЙШИЕ УРАВНЕНИЯ И ОТБОР КОРНЕЙ

Алгоритмы Задания №13 и лайфхаки эксперта ЕГЭ

6. Простейшие тригонометрические уравнения

Синус: $\sin x = a \ (-1 \le a \le 1)$

$x = (-1)^k \arcsin(a) + \pi k, \ k \in \mathbb{Z}$

Две ветки решений:

- $x_1 = \arcsin(a) + 2\pi k$
- $x_2 = \pi - \arcsin(a) + 2\pi k$

Косинус: $\cos x = a \ (-1 \le a \le 1)$

$x = \pm \arccos(a) + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}$

Свойства арксункций:

- $\arccos(-a) = \pi - \arccos(a)$
- $\arcsin(-a) = -\arcsin(a)$

Тангенс: $\operatorname{tg} x = a \ (a \in \mathbb{R})$

$x = \operatorname{arctg}(a) + \pi k, \ k \in \mathbb{Z}$

- $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg}(a)$

Котангенс: $\operatorname{ctg} x = a \ (a \in \mathbb{R})$

$x = \operatorname{arcctg}(a) + \pi k, \ k \in \mathbb{Z}$

- $\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg}(a)$

7. Пошаговый алгоритм отбора корней на окружности

1. **Нарисуй окружность:** Проведи оси и нанеси точки найденных серий решений.
2. **Отметь концы отрезка [A; B]:** Нанеси граничные точки дуги на окружность.
3. **Заштрихуй дугу:** Всегда штрихуй от меньшего A к большему B *против часовой стрелки*.
4. **Вычисли конкретные корни:** Шагай от реперных точек оси (например, 2π, 3π, $\frac{5\pi}{2}$), прибавляя или вычитая острый угол (например, $\frac{\pi}{6}$).

8. Главные лайфхаки эксперта

⚡ Первая часть

- В ответ пишется только целое число или конечная десятичная дробь.
- Если остался $\sqrt{3}$ или π — проверяй расчёты, они обязаны сократиться!

🎯 Вторая часть

- Не делай деление на $\cos x$ без отдельной проверки случая $\cos x = 0$.
- При замене $t = \sin x$ или $t = \cos x$ обязательно пиши ограничение $-1 \le t \le 1$.